អារម្ភកថា

ជាទូទៅអ្នកសិក្សាជាពិសេសសិស្សានុសិស្សគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ភាគច្រើនមានផ្នត់គំនិតគិតថាមុខវិជ្ជា **គណិតវិទ្យា** ជាមុខវិជ្ជាមួយដែលមានភាពស្មុគស្មាញ និងពិបាកក្នុងការចាប់យកចំណេះដឹង។ ជាក់ស្តែងមុខវិជ្ជានេះ ជាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយដែលមានឥទ្ធិពលជាងគេ ដូចនេះវាពិតណាស់ថាពិបាកក្នុងការរៀន តែផ្ទុយទៅវិញបើសិនជាអ្នកសិក្សាបានចំណាយពេលនៅជាមួយគណិតវិទ្យាឱ្យបានគ្រប់គ្រាន់ក្នុងការគិតលើខ្លឹមសារ និងអនុវត្តលើលំហាត់បានគ្រប់គ្រាន់ វានឹងមានភាពងាយស្រួលសម្រាប់អ្នកទៅលើអ្វីដែលអ្នកបានសិក្សា។ ដើម្បីជាជំនួយក្នុងការស្វ័យសិក្សា អ្នកសិក្សាគប្បីមានឯកសារគ្រប់គ្រាន់ ប៉ុន្តែខ្ញុំយល់ឃើញថាឯកសារគណិតវិទ្យាជាភាសាជាតិមានចំនួនតិចតួចដែលជាការពិបាកសម្រាប់អ្នកសិក្សា ជាហេតុដែលធ្វើឱ្យសៀវភៅមួយក្បាលនេះមានវត្តមានឡើង។

សៀវភៅ **ស្ទីត កម្រិតខ្ពស់** សម្រាប់ថ្នាក់ទី ១១ នេះ គឺត្រូវបានរៀបចំឡើងដោយផ្សាភ្ជាប់ជាមួយមេរៀនក្នុងជំពូកទីមួយនៃសៀវភៅគណិតវិទ្យាសិក្សាគោល ស្របតាមកម្មវិធីក្រសួងអប់រំ ដោយមានភាពក្បោះក្បាយក្នុងការពន្យល់, ឧទាហរណ៍គ្រប់ចំណុច, ដំណោះស្រាយគ្រប់លំហាត់ប្រតិបត្តិ គ្រប់លំហាត់បញ្ចប់មេរៀនជាដើម។ លើសពីនេះទៅទៀត សៀវភៅនេះមានបញ្ចូលនូវចំណុចសំខាន់ៗដែលទាក់ទងនឹងមេរៀនមកបន្ថែម និង លំហាត់សម្រាប់វាស់ស្ទង់សមត្ថភាពអ្នកសិក្សាផងដែរ ជាហេតុនាំឱ្យសិស្សានុសិស្សងាយទទួលបានចំណេះដឹងពីសៀវភៅមួយក្បាលនេះ។

ក្នុងនាមជាអ្នករៀបរៀង និងនិពន្ធ ខ្ញុំបាទនឹងរង់ចាំនូវការរិះគន់គ្រប់មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សាជានិច្ចដើម្បីកែលម្អឱ្យកាន់តែល្អប្រសើរបន្ថែមទៀត។ ខ្ញុំជឿជាក់ថាសៀវភៅនេះនៅតែមានកំហុសកើតមានឡើងត្រង់ចំណុចណាមួយ ហេតុនេះហើយខ្ញុំសូមអភ័យទោសទុកជាមុនរាល់កំហុស ទាំងអស់ដែលកើតឡើង។ ប្រសិនបើមិត្តអ្នកអាន រកឃើញនូវកំហុសក្នុងសៀវភៅនេះ សូមទំនាក់ទំនងមកកាន់ខ្ញុំបាទតាមរយៈ

Facebook Account: Phan Kimsia

Gmail: phankimsie03@gmail.com

ញូដេលី ឥណ្ឌា, ថ្ងៃទី ០១ ខែ កញ្ញា ឆ្នាំ ២០២៣

ផាន់ គឹមសៀ

សំណូមពររបស់អ្នករៀបរៀងទៅកាន់មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សា

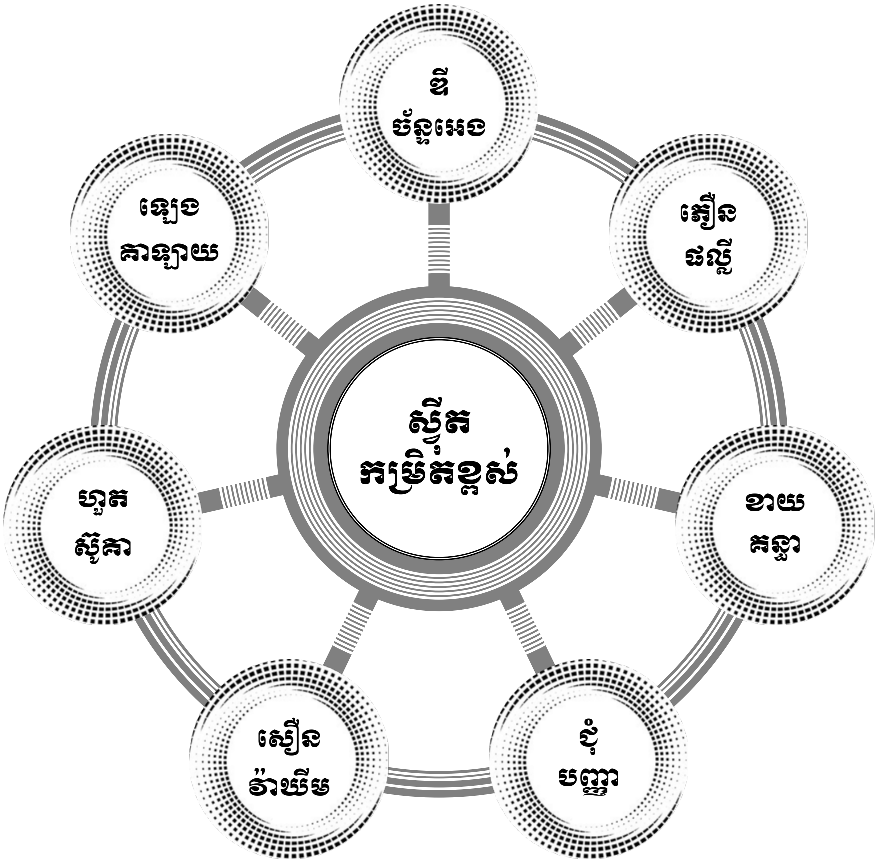
ការស្រាវជ្រាវឯកសារបន្ថែម ពិតជាមានសារៈសំខាន់ណាស់សម្រាប់ការអភិវឌ្ឍសមត្ថភាពខ្លួនក្នុង ផ្នែកណាៗទាំងអស់។ ហេតុនេះហើយខ្ញុំបាទសូមលើកទឹកចិត្តដល់ប្អូនសិស្សានុសិស្ស និស្សិតនិងលោកគ្រូអ្នកគ្រូទាំងអស់ខិតខំប្រឹងប្រែងស្រាវជ្រាវបន្ថែម ព្រមទាំងបង្កើតឯកសារល្អៗសម្រាប់ប្រទេសជាតិយើង។ ដូចទស្សនៈមួយបានសម្ដែងថា ទូកទៅកំពង់នៅ ដែលមានន័យថា មនុស្សស្លាប់តែស្នាដៃដែលមនុស្សខំសាងគឺមានជីវិតជារៀងរហូត។

ការប្រឹងប្រែងចងក្រងឯកសារជាភាសាជាតិ ជាបុព្វហេតុមួយយ៉ាងសំខាន់ដែលធ្វើឱ្យមនុស្សជំនាន់ក្រោយមានភាពសម្បូរបែបក្នុងការសិក្សា ហើយពួកគេនឹងអាចស្រាវជ្រាវចំណេះដឹងទៅមុខទៀតបានឆ្ងាយ។ សំណៅឯកសារដែលពួកគេបានបន្សល់ទុកទៀតសោតនឹង បន្តជះឥទ្ធិពលបែបនេះជាបន្តបន្ទាប់រហូតទៅដល់ចំណុចអភិវឌ្ឍអស្ចារ្យមួយ។

ទទួលសិទ្ធិលក់ផ្ដាច់មុខដោយ Math Team Kh

Facebook Page: Math Team Kh

គណៈកម្មការ ត្រួតពិនិត្យ



រចនាគម្របដោយៈ ផាន់ គីមសៀ

រៀបរៀងដោយៈ ផាន់ គីមសៀ

មាតិកា

The roots of education are bitter,
but the fruit is sweet.
~Aristotle

និមិត្តសញ្ញាគណិតវិទ្យា

$(\ )$	:	វង់ក្រចក
$[\ ]$	:	ឃ្នាប ឬដង្កៀប
$\{\ \}$	:	របាំង ឬសំណុំ
$\|\ \|$	:	តម្លៃដាច់ខាត ឬប្រវែង
$\wedge$	:	ឈ្នាប់និង
$\vee$	:	ឈ្នាប់ឬ
$^{-}$ or $\neg$	:	ឈ្នាប់មិន
$\Longrightarrow$	:	ឈ្នាប់នាំឱ្យ
$\Longleftrightarrow$	:	ឈ្នាប់សមមូល
ត.(A)	:	តម្លៃភាពពិតនៃសំណើ A
$[a,b]$	:	ចន្លោះបិទ
(a,b)	:	ចន្លោះបើក
$(a,b]$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងឆ្វេង
$[a,b)$	:	ចន្លោះកន្លះបើកខាងស្តាំ
$\forall$	:	ចំពោះគ្រប់
$\exists$	:	មាន
$\nexists$	:	មិនមាន
$\because$	:	ពីព្រោះ
$\therefore$	:	ដូចនេះ
$:$ or $\|$	:	ដែល
$\approx$	:	ប្រហែល
$\equiv$	:	សមមូល

$\in$	:	របស់
$\notin$	:	មិនរបស់
$\mathbb{N}$	:	សំណុំចំនួនគត់ធម្មជាតិ
$\mathbb{W}$	:	សំណុំចំនួនគត់
$\mathbb{Z}$	:	សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីប
$\mathbb{Z}^+$	:	សំណុំចំនួនគត់រ៉ឺឡាទីបវិជ្ជមាន
$\mathbb{Q}$	:	សំណុំចំនួនសនិទាន
$\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$	:	សំណុំចំនួនអសនិទាន
$\mathbb{R}$	:	សំណុំចំនួនពិត
$\mathbb{C}$	:	សំណុំចំនួនកុំផ្លិច
$A=\{a,b\}$	:	សំណុំ A ដែលមានធាតុ a, b
$\overline{A}$ or A^C	:	សំណុំរងបំពេញនៃសំណុំ A
$P(A)$	:	សំណុំស្វ័យគុណនៃសំណុំ A
$\varnothing$	:	សំណុំទទេ
$n(A)$	:	ចំនួនធាតុនៃសំណុំ A
$\subset$	:	នៅក្នុង
$\subseteq$	:	នៅក្នុងឬស្មើ
$\not\subset$	:	មិននៅក្នុង
$\nsubseteq$	:	មិននៅក្នុងឬមិនស្មើ
$\cup$	:	ប្រជុំ
$\cap$	:	ប្រសព្វ
$A\setminus B$	:	ផលសងនៃសំណុំ A និង B

១ ស៊េរី

Education is the most powerful weapon which you can use to change the world.
~ Nelson Mandela

១.១ សេចក្តីផ្តើម

មុននឹងយើងឈានដល់ការសិក្សាអំពី " ស៊េរី " យើងត្រូវស្គាល់អ្វីដែលហៅថា " ស្វ៊ីត " ជាមុនសិន។ ដូចដែរបានដឹងហើយថា " ស្វ៊ីត " គឺជាអនុគមន៍លេខដែលកំណត់ពីសំណុំចំនួនគត់ $\mathbb{N}$ ទៅសំណុំចំនួនពិត $\mathbb{R}$ ឬឱ្យកាន់តែងាយយល់ វាគឺជាការតម្រៀបចំនួនពិតតាមលំដាប់ជាក់លាក់មួយ ដែលតួនីមួយៗនៃស្វ៊ីតហៅថា " តួនៃស្វ៊ីត " ។

ដូចនេះ " ស៊េរី " គឺជាផលបូកតួទាំងអស់នៃស្វ៊ីតតាមលំនាំជាក់លាក់មួយ។ ខាងក្រោមនេះ ជាការវិវត្តន៍នៃវត្តមានស៊េរី ដែលអ្នកនឹងកំពុងសិក្សានេះ

- ❀ គោលគំនិតនៃស៊េរី ត្រូវបានចាប់ផ្តើមតាំងពីសម័យអរិយធម៌បុរាណ ដូចជាអេហ្ស៊ីប។ បុព្វបុរសដំបូងប្រើលំដាប់លេខដើម្បីដោះស្រាយបញ្ហាគណិតវិទ្យា ប៉ុន្តែពួកគេមិនបានបង្កើតវិធីសាស្ត្រផ្លូវការសម្រាប់ដោះស្រាយនៅឡើយទេ។
- ❀ ក្រោយមក ចូលដល់សម័យក្រិកបុរាណ មានអ្នកទស្សនៈវិទូ Zeno of Elea ជាអ្នកផ្តើមគំនិតអោយមានការវែកញែកទាក់ទងនឹងស៊េរី។
- ❀ លុះដល់សតវត្សទី 14 ដល់ 16 ជាសម័យកាលនៃស៊េរីដែលមានការជឿនលឿនគួរឱ្យកត់សម្គាល់ដោយគណិតវិទូជនជាតិឥណ្ឌា ដែលពួកគេបានបង្កើតបច្ចេកទេសនៃការរកផលបូកតួនៃស្វ៊ីត រួមទាំងស៊េរីដ៏ល្បីល្បាញមាននិមិត្តសញ្ញា " π " ។
- ❀ ឈានដល់សតវត្សទី 17 បដិវត្តការសិក្សានៃស៊េរីផ្តល់នូវគោលការណ៍ច្បាស់លាស់សម្រាប់ការវិភាគលើស៊េរី។
- ❀ ក្រោយមកទៀត ពេលក្នុងសតវត្សទី 18 អ្នកប្រាជ្ញគណិតវិទ្យាមានឈ្មោះថា Leonhard Euler បានបង្កើតនូវនិមិត្តសញ្ញាគណិតវិទ្យាមួយ អានថា " ស៊ិចម៉ា Σ " សម្រាប់តាងផលបូកតួនៃស្វ៊ីត ។

❀ ក្នុងសតវត្សទី 19 និង 20 អ្នកគណិតវិទ្យាបានពង្រីកវិសាលភាពទ្រឹស្ដីនៃស៊េរី និងការបង្កើតគំនិតដូចជា ភាពរួម, ភាពរីក, ភាពទាល់ និងផ្សេងៗទៀតនៃស៊េរី។

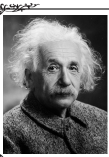
❀ រហូតមកដល់ពេលបច្ចុប្បន្ន អ្នកសិក្សានៅតែបន្តសិក្សាស្រាវជ្រាវអំពីវាគ្មានទីបញ្ចប់ ។

១.២ អត្ថប្រយោជន៏នៃស៊េរី

មនុស្សជាតិយើងបានប្រើប្រាស់ស៊េរីដែលជាមែកធាងមួយនៃគណិតវិទ្យា លើវិស័យដូចជា ការគណនាលើផ្នែកហិរញ្ញវត្ថុ, ស្ថិតិ និងវិភាគទិន្នន័យ, ក្រាភិចកុំព្យូទ័រ និងជីវចល, វិស្វកម្មអគ្គិសនី, វិស្វកម្មសំណង់, ប្រូបាប និងស្ថិតិ, រូបវិទ្យា, Cryptography, និងវិស័យផ្សេងៗទៀត ។ ដើម្បីជាការត្រៀមខ្លួនបើសិនអ្នកសិក្សាមានបំណងចង់សិក្សាលើជំនាញខាងលើដែលបានរៀបរាប់នេះ នោះអ្នកគប្បីយកចិត្តទុកដាក់លើមេរៀន ស្វ៊ីត និងស៊េរី ឱ្យបានល្អ ព្រោះក្នុងថ្ងៃណាមួយក្នុងការសិក្សាបន្តរបស់អ្នក អ្នកនឹងជួបប្រទះមេរៀនទាំងនេះ ហើយវានឹងក្លាយជាចំណេះដឹងមូលដ្ឋានគ្រឹះរបស់អ្នក។

ក្នុងជំពូកនេះ គ្រាន់តែឱ្យអ្នកស្គាល់ពីស៊េរី ដែលជាភាសាមួយដែលគេនឹងប្រើក្នុងកម្រិតមហាវិទ្យាល័យ។ តែក្នុងកម្រិតវិទ្យាល័យ ត្រូវបានគេហៅត្រឹមតែ ផលបូកតួនៃស្វ៊ីត ។

Albert Einstein



Everybody is a genius. But if you judge a fish by its ability to climb a tree. It will live its whole life believing that it is stupid.

២ ផលបូកតួនៃស៊ីតផ្សេងៗ

Education is the most powerful weapon which you can use to change the world.
~ Nelson Mandela

២.១ របៀបគណនាផលបូក

ជាទូទៅ ស៊ីតមានច្រើនទម្រង់រាប់មិនអស់ ហើយស៊ីតពិសេសៗមានដូចជា ស៊ីតនព្វន្ត , ស៊ីតធរណីមាត្រ, ស៊ីត Fibonacci , ស៊ីត Harmonic,... ដែលងាយក្នុងការរកផលបូកនៃស៊ីតទាំងនោះ ។

រំលឹក ១

- ផលបូក n តួនៃស៊ីតនព្វន្ត $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ គឺគាងដោយ

$$S_n=\frac{n}{2}\left(U_1+U_n\right)$$

ដែល U_1 ជាតួទី 1 និង U_n ជាតួទី n ។

- ផលបូក n តួនៃស៊ីតធរណីមាត្រ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ គឺគាងដោយ

$$S_n=\frac{U_1\left(q^n-1\right)}{q-1}$$

ដែល U_1 ជាតួទី 1 និង $q\neq 1$ ជាផលធៀបរួម ។

ក្នុងករណីនេះ ប្រសិនគេឱ្យស៊ីត ដែលមិនមែនជាស៊ីតនព្វន្ត ឬស៊ីតធរណីមាត្រ នោះថាតើអ្នកអាចរកផលបូកនៃស៊ីតទាំងនោះតាមវិធីសាស្ត្រណា ជាក់ស្តែងដូចជាស៊ីត $1^2, 2^2, 3^2, \ldots, n^2$។
ក្នុងផ្នែកនេះ អ្នកនឹងសិក្សាអំពីវិធីផ្សេងៗនៃការបូកតួនៃស៊ីត ដែលនឹងត្រូវប្រើវិធីសាស្ត្រទៅតាមទម្រង់នៃស៊ីតដែលមាន។

ក្នុងគណិតវិទ្យា ផលបូក n តួដំបូងនៃស៊េរីពិសេសៗមានដូចខាងក្រោម៖

១. $1+2+3+\ldots+(n-1)+n$

២. $1^2+2^2+3^2+\ldots+(n-1)^2+n^2$

៣. $1^3+2^3+3^3+\ldots+(n-1)^3+n^3$ ។

យើងសង្កេតឃើញថា ស៊េរីទី ១ ជាផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតនព្វន្ត ដែលគេអាចរកបាន

$$1+2+3+\ldots+(n-1)+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

តែចំពោះ ស៊េរីទី ២ និង ៣ ជាផលបូក n តួដំបូងនៃស្វ៊ីតដែលមិនមែនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ឬស្វ៊ីតធរណីមាត្រ។ ដូចនេះ ចូរអ្នកសិក្សាសង្កេតពីវិធីសាស្ត្រក្នុងការរកផលបូកដូចឧទាហរណ៍ខាងក្រោម។

ឧទាហរណ៍ 1

គណនាផលបូកដូចខាងក្រោម៖

១. $S_n=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$

២. $S_n=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$ ។

ដំណោះស្រាយ៖

១. $S_n=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2$

ពិនិត្យសមភាព $(k+1)^3-k^3=k^3+3k^2+3k+1-k^3$

$$=3k^2+3k+1$$

ចំពោះតម្លៃ k ពី 1 ដល់ n គេបាន

$$\begin{aligned}
\cancel{2^3}-1^3&=3\times \boxed{1^2}+3\times\boxed{1}+1\\
\cancel{3^3}-\cancel{2^3}&=3\times \boxed{2^2}+3\times\boxed{2}+1\\
\cancel{4^3}-\cancel{3^3}&=3\times \boxed{3^2}+3\times\boxed{3}+1\\
&\vdots\\
(n+1)^3-\cancel{n^3}&=3\times \boxed{n^2}+3\times\boxed{n}+1
\end{aligned}$$

បូកសមភាពទាំងអស់ខាងលើបញ្ចូលគ្នា គេបាន

$$(n+1)^3-1^3=3\left(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2\right)+3\left(1+2+3+\ldots+n\right)$$
$$+\left(\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{n \text{ ដង}}\right)$$
$$=3S_n+3\times\frac{n(n+1)}{2}+n$$
$$=3S_n+\frac{3n^2+5n}{2}$$

នាំឱ្យ $$3S_n=(n+1)^3-1^3-\frac{3n^2+5n}{2}$$
$$6S_n=2(n+1)^3-2-3n^2-5n$$
$$=2(n^3+3n^2+3n+1)-3n^2-5n-2$$
$$=2n^3+3n^2+n$$
$$=n\left(2n^2+3n+1\right)$$
$$=n\left(n+1\right)\left(2n+1\right)$$

គេបាន $$S_n=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

ដូចនេះ $\boxed{S_n=1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}\text{ ។}}$

២. $S_n=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3$

ពិនិត្យសមភាព $(k+1)^4-k^4=k^4+4k^3+6k^2+4k+1-k^4$
$$=4k^3+6k^2+4k+1$$

ចំពោះតម្លៃ k ពី 1 ដល់ n គេបាន

$$\begin{aligned}
\cancel{2^4}-1^4&=4\times\boxed{1^3}+6\times\boxed{1^2}+4\times\boxed{1}+1\\
\cancel{3^4}-\cancel{2^4}&=4\times\boxed{2^3}+6\times\boxed{2^2}+4\times\boxed{2}+1\\
\cancel{4^4}-\cancel{3^4}&=4\times\boxed{3^3}+6\times\boxed{3^2}+4\times\boxed{3}+1\\
&\vdots\\
(n+1)^4-\cancel{n^4}&=4\times\boxed{n^3}+6\times\boxed{n^2}+4\times\boxed{n}+1
\end{aligned}$$

បូកសមភាពទាំងអស់ខាងលើបញ្ចូលគ្នា គេបាន

$$(n+1)^4-1^4=4\left(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3\right)+6\left(1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2\right)$$
$$+4(1+2+3+\ldots+n)+(\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{n \text{ ដង}})$$
$$=4S_n+6\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+4\times\frac{n(n+1)}{2}+n$$
$$=4S_n+n(n+1)(2n+1)+2n(n+1)+n$$
$$=4S_n+2n^3+n^2+2n^2+n+2n^2+2n+n$$
$$=4S_n+2n^3+5n^2+4n$$

នាំឱ្យ $4S_n=(n+1)^4-1^4-2n^3-5n^2-4n$
$$=n^4+4n^3+6n^2+4n+1-1-2n^3-5n^2-4n$$
$$=n^4+2n^3+n^2$$
$$=n^2\left(n^2+2n+1\right)$$
$$=n^2(n+1)^2$$

គេបាន $S_n=\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$

ដូចនេះ $\boxed{S_n=1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\dfrac{n(n+1)}{2}\right]^2 \text{ ។}}$

■

ឧទាហរណ៍ 2

គណនាផលបូក $S_n=\dfrac{1}{4\cdot 1}+\dfrac{1}{7\cdot 4}+\dfrac{1}{11\cdot 7}+\ldots+\dfrac{1}{(3n+1)(3n-2)}$ ។

ដំណោះស្រាយ៖

គណនាផលបូក $S_n=\frac{1}{4\cdot 1}+\frac{1}{7\cdot 4}+\frac{1}{11\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(3n+1)(3n-2)}$

ពិនិត្យ $\frac{1}{(3k+1)(3k-2)}=\frac{A}{3k+1}+\frac{B}{3k-2}$

$$1=A(3k-2)+B(3k+1)$$

$$0k+1=(3A+3B)k+(B-2A)$$

គេបាន $\begin{cases}3A+3B & =0\\ B-2A & =1\end{cases}$ នាំឱ្យ $\begin{cases}A=-\frac{1}{3}\\ B=\frac{1}{3}\end{cases}$

នោះ $\frac{1}{(3k+1)(3k-2)}=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3k+1}+\frac{1}{3k-2}\right)$

ចំពោះតម្លៃ k ពី 1 ដល់ n គេបាន

$$\frac{1}{4\cdot 1}=\frac{1}{3}\left(-\cancel{\frac{1}{4}}+1\right)$$
$$\frac{1}{7\cdot 4}=\frac{1}{3}\left(-\cancel{\frac{1}{7}}+\cancel{\frac{1}{4}}\right)$$
$$\frac{1}{11\cdot 7}=\frac{1}{3}\left(-\cancel{\frac{1}{11}}+\cancel{\frac{1}{7}}\right)$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\frac{1}{[3(n-1)+1][3(n-1)-2]}=\frac{1}{3}\left[-\cancel{\frac{1}{3(n-1)+1}}+\cancel{\frac{1}{3(n-1)-2}}\right]$$
$$\frac{1}{(3n+1)(3n-2)}=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{3n+1}+\cancel{\frac{1}{3n-2}}\right)$$

បូកសមភាពទាំងអស់ខាងលើបញ្ចូលគ្នា គេបាន

$$\frac{1}{4\cdot 1}+\frac{1}{7\cdot 4}+\frac{1}{11\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(3n+1)(3n-2)}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{3n+1}\right)$$

គេបាន $S_n=\frac{1}{3}\times\frac{3n}{3n+1}$

ដូចនេះ $\boxed{S_n=\frac{1}{4\cdot 1}+\frac{1}{7\cdot 4}+\frac{1}{11\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(3n+1)(3n-2)}=\frac{n}{3n+1}}$ ■

!

អ្នកអាចសង្កេតឃើញពីឧទាហរណ៍ខាងលើ ដែលសុទ្ធសឹងមិនមែនជាស្វ៊ីតនព្វន្ត ឬស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ហើយការរកផលបូកតួនៃស្វ៊ីតទាំងនោះ មានវិធីខុសៗគ្នាទៅតាមទម្រង់នៃស្វ៊ីតៗ

១. កាលណាស្វ៊ីតមានទម្រង់ដូច ឧទាហរណ៍ ១ ពោលគឺ $1^m+2^m+3^m+\dots+n^m$ នោះគេប្រើរូបមន្តឯកលក្ខណភាព $(k+1)^{m+1}-k^{m+1}$ ដើម្បីរកផលបូកតួនៃស្វ៊ីតនោះ ។

២. កាលណាស្វ៊ីតមានទម្រង់ដូច ឧទាហរណ៍ ២ ពោលគឺតួនីមួយៗជាចំនួនសនិទាន នោះគេយកតួចុងក្រោយនៃស្វ៊ីតនោះ មកបំបែកជារាងកាណូនិច ដើម្បីរកផលបូកតួនៃស្វ៊ីតនោះ ។

ប្រតិបត្តិ ១

១. គណនា $S=12^3+13^3+14^3+\dots+50^3$ ។

២. គណនា $S_n=\dfrac{1}{1\cdot2\cdot3}+\dfrac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dfrac{1}{3\cdot4\cdot5}+\dots+\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$ ។

ដំណោះស្រាយ៖

១. គណនា $S=12^3+13^3+14^3+\dots+50^3$

ពិនិត្យ $S=12^3+13^3+14^3+\dots+50^3$

$$=(1^3+2^3+\dots+50^3)-(1^3+2^3+\dots+11^3)$$

$$=\left[\frac{50(50+1)}{2}\right]^2-\left[\frac{11(11+1)}{2}\right]^2$$

$$=\left(\frac{50\times51}{2}\right)^2-\left(\frac{11\times12}{2}\right)^2$$

$$=\left(\frac{2550}{2}-\frac{132}{2}\right)\left(\frac{2550}{2}+\frac{132}{2}\right)$$

$$=\frac{2418}{2}\times\frac{2682}{2}$$

$$=1621269$$

ដូចនេះ៖ $\boxed{S=12^3+13^3+14^3+\dots+50^3=1621269}$ ។