អារម្ភកថា

ជាទូទៅអ្នកសិក្សាជាពិសេសសិស្សានុសិស្សគ្រប់មជ្ឈដ្ឋាន ភាគច្រើនមានផ្នត់គំនិតគិតថាមុខវិជ្ជា **គណិតវិទ្យា** ជាមុខវិជ្ជាមួយដែលមានភាពស្មុគស្មាញ និងពិបាកក្នុងការចាប់យកចំណេះដឹង។ ជាក់ស្តែងមុខវិជ្ជានេះ ជាមុខវិជ្ជាវិទ្យាសាស្ត្រមួយដែលមានឥទ្ធិពលជាងគេ ដូចនេះវាពិតណាស់ថាពិបាកក្នុងការរៀន តែផ្ទុយទៅវិញបើសិនជាអ្នកសិក្សាបានចំណាយពេលនៅជាមួយគណិតវិទ្យាក្នុងការគិតលើខ្លឹមសារ និងអនុវត្តលើលំហាត់ឱ្យបានគ្រប់គ្រាន់ វានឹងមានភាពងាយស្រួលសម្រាប់អ្នកទៅលើអ្វីដែលអ្នកបានសិក្សា។ ដើម្បីជាជំនួយក្នុងការស្វ័យសិក្សា អ្នកសិក្សាគប្បីមានឯកសារគ្រប់គ្រាន់ ប៉ុន្តែខ្ញុំយល់ឃើញថាឯកសារគណិតវិទ្យាជាភាសាជាតិមានចំនួនតិចតួចដែលជាការពិបាកសម្រាប់ការសិក្សា ជាហេតុដែលធ្វើឱ្យសៀវភៅមួយក្បាលនេះត្រូវបានបង្កើតឡើង។

សៀវភៅ **គោនិច** នេះគឺត្រូវបានរៀបចំឡើងដោយផ្សាភ្ជាប់ជាមួយមេរៀនយ៉ាងក្បោះក្បាយក្នុងនោះរួមមាន មេរៀនក្នុងកម្រិតវិទ្យាល័យជាមួយសាកលវិទ្យាល័យ និយមន័យ រូបមន្ត ការសម្រាយរូបមន្ត ខ្លឹមសារមេរៀនថ្មីៗ ការសិក្សាលើទីតាំងធៀប , បន្ទាត់ប៉ះ , បន្ទាត់ណរម៉ាល់ , លក្ខណៈអុបទិចជាដើម។ ម្យ៉ាងវិញ ក្នុងសៀវភៅនេះ សម្បូរទៅដោយលំហាត់ជាច្រើន រួមមានទាំងកម្រិតវិទ្យាល័យលំហាត់ប្រកួតប្រជែងនានា លំហាត់ដែលទាក់ទងនឹងជីវភាពរស់នៅជាដើម។ លើសពីនេះ ផ្នែកខាងក្រោយនៃសៀវភៅនេះ មាននូវការបង្ហាញពីដំណើរការនៃការសង់ រង្វង់ ប៉ារ៉ាបូល អេលីប និងអ៊ីពែបូល និងមានភាសាអង់គ្លេសក្នុងន័យគណិតវិទ្យាសម្រាប់ស្រាវជ្រាវ និងស្វែងរកឯកសារបន្ថែម។

ក្នុងនាមជាអ្នករៀបរៀង និងនិពន្ធ ខ្ញុំបាទនឹងរង់ចាំនូវការរិះគន់គ្រប់មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សាជានិច្ច ដើម្បីកែលម្អឱ្យកាន់តែល្អប្រសើរបន្ថែមទៀត។ ខ្ញុំជឿជាក់ថាសៀវភៅនេះនៅតែមានកំហុសកើតមានឡើងត្រង់ចំណុចណាមួយ ហេតុនេះខ្ញុំសូមអភ័យទោសទុកជាមុនរាល់កំហុស ទាំងអស់ដែលកើតមានឡើង។ ប្រសិនបើមិត្តអ្នកអាន រកឃើញនូវកំហុសក្នុងសៀវភៅនេះ សូមទំនាក់ទំនងមកកាន់ខ្ញុំបាទតាមរយៈ

Faceook Account: Phan Kimsia

Gmail: phankimsie03@gmail.com

ភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី ១៥ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០២១

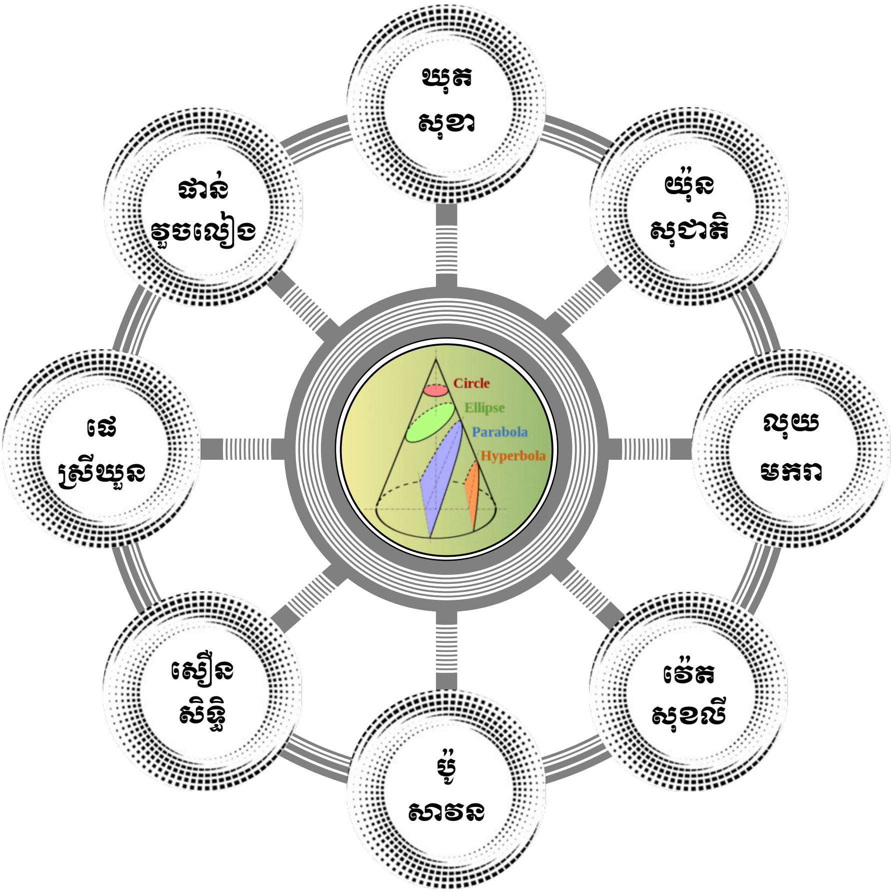
ផាន់ គឹមសៀ

សំណូមពររបស់អ្នករៀបរៀងទៅកាន់មជ្ឈដ្ឋានអ្នកសិក្សា

ការស្រាវជ្រាវឯកសារបន្ថែម ពិតជាមានសារៈសំខាន់ណាស់សម្រាប់ការអភិវឌ្ឍសមត្ថភាពខ្លួនក្នុង ផ្នែកណាៗទាំងអស់។ ហេតុនេះហើយខ្ញុំបាទសូមលើកទឹកចិត្តដល់ប្អូនសិស្សានុសិស្ស និស្សិត និងលោកគ្រូអ្នកគ្រូទាំងអស់ខិតខំប្រឹងប្រែងស្រាវជ្រាវបន្ថែម ព្រមទាំងបង្កើតឯកសារល្អៗសម្រាប់ប្រទេសជាតិយើង។ ដូចទស្សនៈមួយបានសម្ដែងថា ទូកទៅកំពង់នៅ ដែលមានន័យថា មនុស្សស្លាប់តែស្នាដៃដែលមនុស្សខំសាងគឺមានជីវិតជារៀងរហូត។

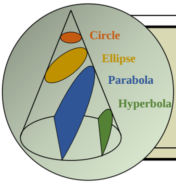
ការប្រឹងប្រែងចងក្រងឯកសារជាភាសាជាតិ ជាបុព្វហេតុមួយយ៉ាងសំខាន់ដែលធ្វើឱ្យមនុស្សជំនាន់ក្រោយមានភាពសម្បូរបែបក្នុងការសិក្សា ហើយពួកគេនឹងអាចស្រាវជ្រាវចំណេះដឹងទៅមុខទៀតបានឆ្ងាយ។ សំណៅឯកសារដែលពួកគេបានបន្សល់ទុកទៀតសោតនឹង បន្តជះឥទ្ធិពលបែបនេះជាបន្តបន្ទាប់រហូតទៅដល់ចំណុចអភិវឌ្ឍអស្ចារ្យមួយ។

គណៈកម្មការ ត្រួតពិនិត្យ



Designed Cover by: ឌ៉ុន ឆាលី

រៀបរៀងដោយៈ ឆាន់ គឹមសៀ

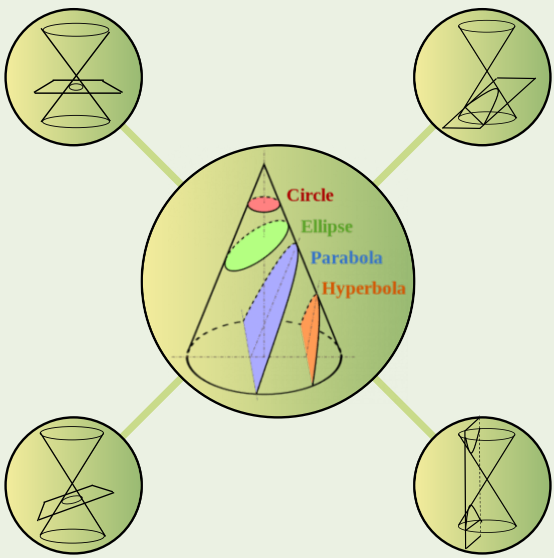


មាតិកា

I មេរៀន

II ចំណេះដឹងបន្ថែមលើកោនិច

I



Mathematics may not teach us how to add love or subtract hate, but it gives us hope that every problem has a solution.
Annoymous

១

Education is the most powerful weapon which you can use to change the world.
Nelson Mandela

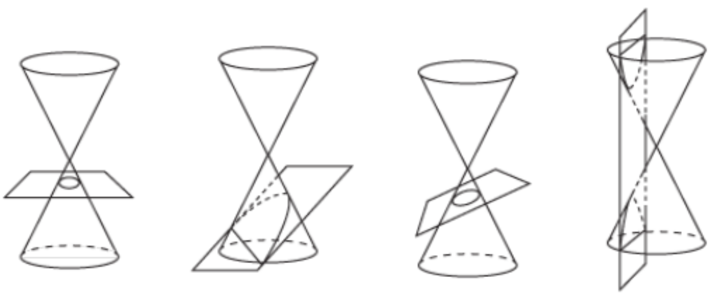
P H A N K I M S I E

Circle	Parabola	Ellipse	Hyperbola

កោនិច

១.១ សេចក្ដីផ្ដើមនៃកោនិច

ផ្នែករាងសាជីត្រូវបានគេរកឃើញក្នុងកំឡុងសម័យក្រិកបុរាណដែលមានរយៈពេលពី 600 ទៅ 300 ឆ្នាំមុនគ.ស។ ការចាប់ផ្ដើមរិះរកស្រាវជ្រាវពីសាជីនៅក្នុងសម័យរជ្ជកាលអេឡិចសាន់ឌ័រ ដែលត្រូវបានគេទទួលស្គាល់អំពីការស្រាវជ្រាវរបស់លោក Apollonius (262-190 B.C)។ ការសិក្សាភាសាក្រិកបុរាណមានការពិបាកយ៉ាងខ្លាំងជាមួយនឹងលក្ខណៈធរណីមាត្រនៃសាជី។ រហូតមកដល់ដើមសតវត្សទី 17 ភាពងាយស្រួលនៃសាជីបានលេចឡើងយ៉ាងច្បាស់។ តាមការសិក្សាស្រាវជ្រាវរបស់អ្នកប្រាជ្ញកន្លងមក គេបានរកឃើញពីលក្ខណៈនៃកោណ។ ផ្នែកនៃរាងសាជីគឺជាខ្សែកោងដែលទទួលបានដោយការប្រសព្វគ្នារវាងប្លង់និងកោណនៅផ្នែកខាងស្ដាំ។ ប្លង់កាត់កែងនឹងកោណបង្កើតបានជា **រង្វង់** ។ ប្លង់កាត់ស្របទៅនឹងចំហៀងនៃកោណបង្កើតបានជា **ប៉ារ៉ាបូល**។ ប្លង់កាត់អ័ក្សកោណបង្កើតបានមុំស្រួចបង្កើតបាន **អេលីប**។ ចុងក្រោយគឺ ប្លង់កាត់ស្របនឹងអ័ក្សកោណបង្កើតបានជា **អ៊ីពែបូល** ដែលចែកជាពីរផ្នែកដូចរូប។



ប្លង់ប្រសព្វកោណបង្កើតបានខ្សែកោងចំនួនបួន

១.២ គុណសម្បត្តិនៃកោនិច

ដើម្បីឆ្លើយតបទៅនឹងកម្មវិធីសិក្សាថ្នាក់វិទ្យាល័យ យើងនឹងសិក្សាពីប្លង់មួយកាត់កោណពីរមិនត្រង់កំពូលដែលរួមមាន រង្វង់ ប៉ារ៉ាបូល អេលីប និងអ៊ីពែបូល។ ប៉ារ៉ាបូល និងអ៊ីពែបូលត្រូវបានអ្នកប្រាជ្ញក្រិកម្នាក់ឱ្យឈ្មោះ ដែលលោកមានឈ្មោះថា Apollonius។ ប៉ារ៉ាបូលជារូបរាងមួយដែលគេប្រើនៅក្នុងកែវពង្រីកដែលមានអានុភាពខ្លាំង និងជាឧបករណ៍សម្រាប់ចាប់យកថាមពលពន្លឺព្រះអាទិត្យ។ ចំណែកឯអ៊ីពែបូលត្រូវបានគេប្រើក្នុងដំណើរការកំណត់សម្គាល់នូវទីតាំងមួយដោយមានការបង្រួមគល់ដៅនេះជាអ្វីដែលធ្វើឱ្យប្រព័ន្ធ *GPS* អាចធ្វើទៅបាន។ រីឯអេលីប ត្រូវបានគេយកទៅសិក្សាលើគន្លងនៃភពផែនដីដោយដឹងពីល្បឿននៃអង្គធាតុធ្វើចម្លងលើគន្លងជាអេលីប។

$$\text{Ego} = \frac{1}{\text{Knowledge}}.$$

–Albert Einstein

Mathematics
may not teach us how to
add love or subtract hate,
but it gives us hope
that every problem
has a solution.
Annoymous

២

Education is the most
powerful weapon
which you can use to
change the world.
Nelson Mandela

P H A N K I M S I E

Circle | Parabola | Ellipse | Hyperbola

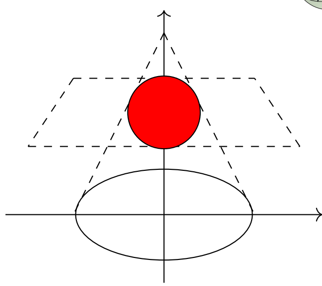
រង្វង់

២.១ សេចក្តីផ្តើមនៃរង្វង់

ពាក្យថា **រង្វង់** គឺបានមកពីពាក្យក្រិក Kirkos ដែលមានន័យថា រង្វង់មួយបានមកពីមូលដ្ឋាន Ker ដែលមានន័យថា ប្រែឬបត់។ រង្វង់ត្រូវបានគេស្គាល់តាំងពីមុនពេលចាប់ផ្តើមនៃប្រវត្តិសាស្ត្រដែលបានកត់ត្រាទុក។ ក្នុងធម្មជាតិ រង្វង់ត្រូវបានគេសង្កេតឃើញដូចជា ព្រះច័ន្ទ ព្រះអាទិត្យ និងដើមរុក្ខជាតិខ្លីមួយដែលបក់តាមខ្យល់នៅលើដីខ្សាច់ដែលមានទម្រង់ជារង្វង់។ក្នុងគណិតវិទ្យា ការសិក្សារង្វង់បានជួយដល់ការអភិវឌ្ឍនូវផ្នែកធរណីមាត្រ តារាសាស្ត្រ និងការគណនា។ មកដល់ពេលនេះក្នុងកំឡុងអារ្យធម៌ទំនើបមានសមត្ថភាពក្នុង ការ បង្កើត អ្វី ៗ ដែល មាន រាង ជា រង្វង់ បាន ដែល ជាដើម ចង នៃ ការកំណត់ពីរូបរាងរបស់វា។

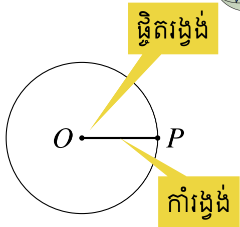
និយមន័យ ១

ចំណុចប្រសព្វ រវាង កោណ និង ប្លង់ ដែលកាត់ កោណ បង្កើតបានជារង្វង់ដែលស្ថិតក្នុងកោណនោះ។ បញ្ជាក់ ប្លង់ ត្រូវ កាត់ កែង នឹង អ័ក្ស អរ ដោនេ និង ស្រប នឹង អ័ក្សអាប់ស៊ីស។ ដូចនេះ រង្វង់ គឺជា រូបរាង នៃ ការប្រសព្វគ្នារវាងកោណ និងប្លង់ដែលកែងនិងស្របអ័ក្សមេ។



និយមន័យ ២

រង្វង់គឺជាសំណុំនៃចំនុចទាំងអស់ក្នុងប្លង់ដែលមានភាពស្មើគ្នាពីចំនុចថេរមួយនៅក្នុងប្លង់។ ចំនុចថេរត្រូវបានគេហៅថា ចំនុចកណ្តាលនៃរង្វង់ ឬ **ផ្ចិតនៃរង្វង់** O ហើយចម្ងាយពីចំនុចកណ្តាលនោះទៅនឹងចំនុចនៅលើរង្វង់ហៅថា **កាំនៃរង្វង់** OP ។

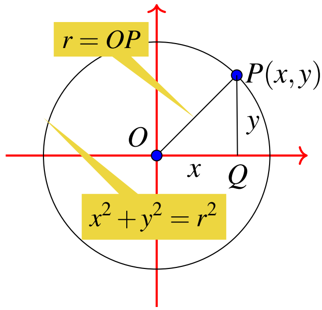


២.២ សមីការរង្វង់

២.២.១ ទម្រង់ស្តង់ដានៃសមីការរង្វង់

ផ្ចិតរង្វង់ស្ថិតត្រង់គល់តម្រុយ

ដោយសាររង្វង់មួយត្រូវបានកំណត់ជាសំណុំចំនុចស្មើគ្នាពីចំនុចកណ្តាលនៃរង្វង់ ដូច្នេះយើងអាចប្រើរូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុចដើម្បីកំណត់សមីការនៃរង្វង់។ យើងចាប់ផ្តើមសិក្សាដំបូងជាមួយនឹងរង្វង់ដែលមានចំណុចកណ្តាលរបស់វានៅត្រង់គល់តម្រុយ $O(0,0)$ កាត់ចំនុច $P(x,y)$ មួយ ហើយមានកាំ $r=OP$ ។



សម្រាយបញ្ជាក់៖ សមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតត្រង់គល់តម្រុយ

$$OP=\sqrt{(x_P-x_O)^2+(y_P-y_O)^2}\quad \{\text{រូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុច}\}$$

$$r=\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}\quad \{\text{ដោយ } x_O=0, y_O=0\}$$

$$r^2=x^2+y^2\quad \{\text{លើកអង្គទាំងពីរជាការេ}\}$$

ឬ $x^2+y^2=r^2$

ម្យ៉ាងវិញយើងអាចពិនិត្យលើត្រីកោណកែង OPQ កែងត្រង់ Q

តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ $OP^2=OQ^2+PQ^2$

$$\iff \quad r^2=x^2+y^2$$

■

! តាមទ្រឹស្តីបទពីតាគ័រ៖ អ៊ីប៉ូតេនុសការេស្មើផលបូកការេនៃជ្រុងជាប់មុំកែងទាំងពីរ។

ជាទូទៅ ២.២.១ សមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតត្រង់គល់តម្រុយដែលមានផ្ចិត $(0,0)$ និងកាំ $r>0$ គឺ៖ $x^2+y^2=r^2$ ។

វិធាន ១

ដើម្បីគូសរង្វង់ដែលមានផ្ចិតត្រង់គល់តម្រុយឱ្យបានត្រឹមត្រូវតាមសមីការ យើងត្រូវ៖

- កំណត់ទីតាំងនិងតាងត្រង់គល់តម្រុយដូចទៅនឹងផ្ចិតរង្វង់
- កំណត់ទីតាំងនិងតាងចំណុចកាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសគឺ $(r,0)$ និង $(-r,0)$
- កំណត់ទីតាំងនិងតាងចំណុចកាត់អ័ក្សអរដោនេគឺ $(0,r)$ និង $(0,-r)$
- គូសរង្វង់កាត់តាមចំណុចទាំងនោះ ។

ឧទាហរណ៍ ១

ចូរគូសរង្វង់តាមសមីការរង្វង់ដូចខាងក្រោម៖

១ $x^2+y^2=8$

២ $x^2-y^2=9$

៣ $x^2+y^2=-2$

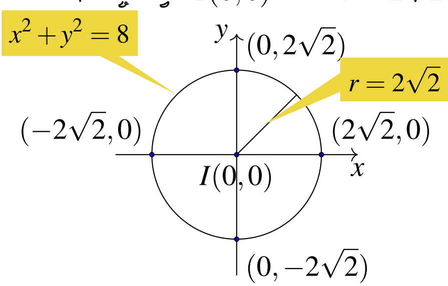
៤ $-y^2-x^2=-25$

ដំណោះស្រាយ៖ គូសរង្វង់តាមសមីការរង្វង់ដូចខាងក្រោម៖

១ $x^2+y^2=8$

$x^2+y^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2$, {សរសេរចំនួនពិតជាចំនួនមួយលើកជាការេ}

កំណត់បាន ផ្ចិតរង្វង់ $I(0,0)$ និងកាំ $r=2\sqrt{2}$



② $x^2-y^2=9$

តាមសមីការរង្វង់មានទរាង $x^2+y^2=r^2$

នោះសមីការ $x^2-y^2=9$ មិនមែនជាសមីការរង្វង់ទេ ព្រោះសមីការនេះមានវត្តមានសញ្ញា

ដកនៅពីមុខមេគុណ y^2 តែជាសមីការអ៊ីពែបូលដែលនឹងត្រូវសិក្សាចំណុចបន្ទាប់។

ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការ } x^2-y^2=9 \text{ មិនអាចកំណត់នៃការគូសរង្វង់បានទេ។}}$

③ $x^2+y^2=-2$

ក្នុងសមីការរង្វង់ $x^2+y^2=r^2$ ដែលត្រូវបានកំណត់ $r>0$ ព្រោះកាំគឺជាប្រវែង

យើងអាចសន្និដ្ឋានបានថាសមីការ $x^2+y^2=-2$ មិនមែនជាសមីការរង្វង់ព្រោះ $-2<0$

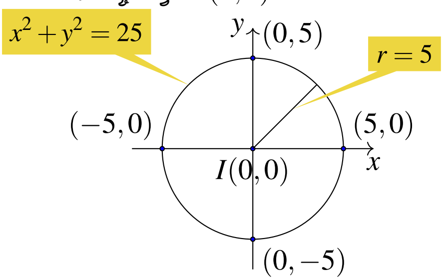
ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការ } x^2+y^2=-2 \text{ មិនអាចកំណត់នៃការគូសរង្វង់បានទេ។}}$

④ $-y^2-x^2=-25$

$x^2+y^2=25,\quad$ {សម្រួលសញ្ញាដកនៃអង្គទាំងពីរ}

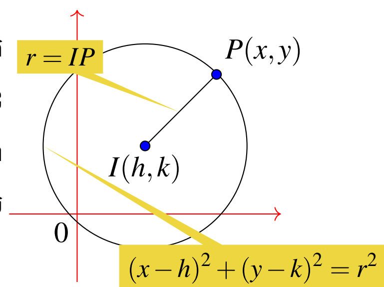
$x^2+y^2=5^2$

កំណត់បាន ផ្ចិតរង្វង់ $I(0,0)$ និងកាំ $r=5$



■

ផ្ចិតរង្វង់មិនស្ថិតត្រង់គល់តម្រុយ



យើង អាច ប្រើ រូបមន្ត ចម្ងាយ រវាង ពីរ ចំណុច ដើម្បី កំណត់ សមីការរង្វង់ដែលមានកាំ r និងផ្ចិត $I(h,k)$ ដែលមិនឋិតនៅត្រង់គល់តម្រុយ។ យើងចាប់ផ្តើមស្រាយសមីការរង្វង់ ដោយសិក្សាលើរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(h,k)$ ហើយកាត់ចំនុច $P(x,y)$ ដែលមានកាំ $r=IP$ ។

សម្រាយបញ្ជាក់៖ សមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតមិនស្ថិតត្រង់គល់តម្រុយ

$$IP = \sqrt{(x_P - x_I)^2 + (y_P - y_I)^2}, \quad \{\text{រូបមន្តចម្ងាយរវាងពីរចំណុច}\}$$

$$r = \sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2}, \quad \{\text{លើកអង្គទាំងពីរជាការេ}\}$$

$$r^2 = (x-h)^2 + (y-k)^2$$

ឬ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

■

ជាទូទៅ ២.២.២ សមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតមិនស្ថិតត្រង់គល់តម្រុយដែលមានផ្ចិត $I(h,k)$ និងកាំ $r > 0$ គឺមានរាង៖ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ដែលហៅថា**សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់**។

ចំណាំ ២.២.៣ យើងអាចប្រើសមីការរង្វង់នេះដើម្បីបង្ហាញសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិតត្រង់គល់តម្រុយ $(h=0; k=0)$ គេបាន៖ $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

$$(x-0)^2 + (y-0)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

វិធាន ២

ដើម្បីសង់រង្វង់ដែលមានផ្ចិតមិនស្ថិតត្រង់គល់តម្រុយ យើងត្រូវ៖

- កំណត់និងតាងផ្ចិត $I(h,k)$និងកាំនៃរង្វង់
- កំណត់ចុងចំណុចនៃកាំដែលគូសចេញពីផ្ចិត
- គូសរង្វង់ដោយកាត់តាមចុងចំណុចនោះ។

២.២.២ សមីការទូទៅនៃរង្វង់

សមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានកាំ r និងផ្ចិត (h,k) គឺ៖

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \iff x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - ky + y^2 = r^2$$

$$\iff x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0$$

តាង $A = -2h, \quad B = -2k$ និង $C = h^2 + k^2 - r^2$

គេបាន $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ ហៅថា សមីការទូទៅនៃសមីការ ។

ជាទូទៅ ២.២.៨ សមីការទូទៅនៃរង្វង់គឺ $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ ដែលមានផ្ចិត (h,k) និងកាំ $r=\sqrt{h^2+k^2-C}$,C ជាចំនួនពិត។

វិធាន ៣

វិធាននៃការកំណត់កាំនិងផ្ចិតដែលឱ្យដោយសមីការទូទៅនៃរង្វង់៖

១ ធ្វើយ៉ាងណាឱ្យមេគុណ x^2 និង y^2 ស្មើ 1 និងនៅអង្គទីពីរស្មើ 0

២ យើងនឹងកំណត់បានផ្ចិតមានកូអរដោនេ (h,k) ដែល $h=-\frac{1}{2}A$ និង $k=-\frac{1}{2}B$

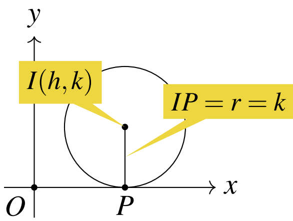
៣ កាំនៃរង្វង់ $r=\sqrt{h^2+k^2-C}$ ។

ចំណាំ ២.២.៨ យើងក៏អាចកំណត់កូអរដោនេផ្ចិត និងកាំតាមរយៈការបម្លែងសមីការទូទៅទៅជាសមីការស្តង់ដានៃរង្វង់ដែលមានរាង $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ កំណត់បាន ផ្ចិត (h,k) និងកាំ r។

២.៣ ទម្រង់ខុសគ្នានៃសមីការរង្វង់

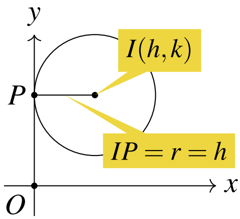
I នៅពេលដែលរង្វង់ប៉ះអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះសមីការរង្វង់មានរាង

$$(x-h)^2+(y-k)^2=k^2$$



II នៅពេលដែលរង្វង់ប៉ះអ័ក្សអរដោនេ នោះសមីការរង្វង់មានរាង

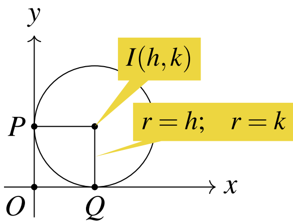
$$(x-h)^2+(y-k)^2=h^2$$



III នៅពេលដែលរង្វង់ប៉ះអ័ក្សទាំងពីរ នោះសមីការរង្វង់មានរាង

$$(x-h)^2+(y-k)^2=k^2$$

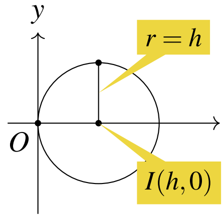
$$(x-h)^2+(y-k)^2=h^2$$



IV នៅពេលដែលរង្វង់កាត់គល់តម្រុយ និងផ្ចិតស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះសមីការរង្វង់មានរាង

$$(x-h)^2+y^2=h^2$$

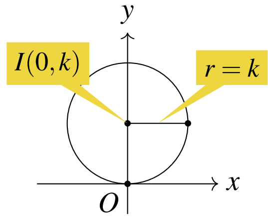
ឬ $x^2+y^2-2hx=0$



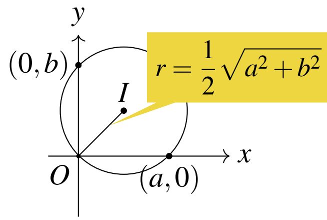
V នៅពេលដែលរង្វង់កាត់គល់តម្រុយ និងផ្ចិតស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះសមីការរង្វង់មានរាង

$$x^2+(y-k)^2=k^2$$

ឬ $x^2+y^2-2ky=0$



VI នៅពេលដែលរង្វង់កាត់គល់តម្រុយនិងកាត់ពីរចំណុច a និង b ដែល b ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអរដោនេ និង a ស្ថិតនៅលើអ័ក្សអាប់ស៊ីស នោះសមីការរង្វង់មានរាង $x^2+y^2-ax-by=0$ ដែល មាន ផ្ចិត $I\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$ ។



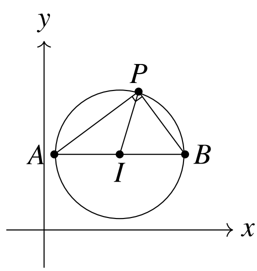
VII **លក្ខណៈពិសេស** ៖ តាង $A(x_1,y_1)$ និង $B(x_2,y_2)$ ជាចុងចំណុចសងខាងនៃអង្កត់ផ្ចិត AB និងតាង $P(x,y)$ ជាចំណុចមួយនៅរង្វង់

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ $AP=\dfrac{y-y_1}{x-x_1}$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃ $BP=\dfrac{y-y_2}{x-x_2}$

ដោយសារតែ $\angle APB=90^\circ$

យើងបាន មេគុណប្រាប់ទិស $AP\times BP=-1$



$$\Longrightarrow \left(\frac{y-y_1}{x-x_1}\right)\times\left(\frac{y-y_2}{x-x_2}\right)=-1$$

$$\Longrightarrow (x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$$

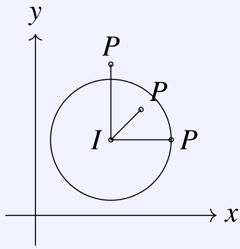
ដូចនេះ $\boxed{\text{សមីការរង្វង់មានរាង } (x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0 \text{ ។}}$

២.៤ ទីតាំងធៀបរវាងចំណុច/បន្ទាត់នឹងរង្វង់

២.៤.១ ទីតាំងធៀបរវាងចំណុចនឹងរង្វង់

ជាទូទៅ ២.៤.១ ទីតាំងធៀបរវាងចំណុច $P(x_0,y_0)$ និងរង្វង់ដែលមានផ្ចិត $I(h,k)$ និងកាំ r គឺៈ

- បើ $IP=r$ នោះចំណុច P នៅលើរង្វង់
- បើ $IP>r$ នោះចំណុច P នៅខាងក្រៅរង្វង់
- បើ $IP<r$ នោះចំណុច P នៅខាងក្នុងរង្វង់។



ក្នុងការបង្ហាញថាចំណុចមួយស្ថិតនៅលើ, ក្រៅ, ឬក្នុងរង្វង់ យើងត្រូវរកចម្ងាយពីចំណុចនោះទៅនឹងផ្ចិតនៃរង្វង់ ហើយប្រៀបធៀបជាមួយប្រវែងកាំនៃរង្វង់។ តែយ៉ាងណាមិញ យើងនឹងសិក្សាលើករណីមួយផ្សេងទៀតដែលមិនចាំបាច់រកប្រវែងពីចំណុចមួយទៅផ្ចិតទេ ពោលគ្រាន់តែយកកូអរដោនេនៃចំណុចនោះទៅជំនួសក្នុងសមីការរង្វង់ យើងនឹងដឹងពីទីតាំងនៃចំណុចយ៉ាងប្រាកដ។

សម្រាយបញ្ជាក់ៈ

- ចំពោះ $IP=r$ នោះចំណុច P នៅលើរង្វង់

$$\begin{aligned}
&\iff IP^2=r^2\\
&\iff (x_0-h)^2+(y_0-k)^2=r^2\\
&\iff (x_0-h)^2+(y_0-k)^2-r^2=0\\
&\text{ឬ}\quad x_0^2+y_0^2-2hx_0-2ky_0+h^2+k^2-r^2=0
\end{aligned}$$

តាង $f(x_0,y_0)=(x_0-h)^2+(y_0-k)^2-r^2=0$

ឬ $f(x_0,y_0)=x_0^2+y_0^2-2hx_0-2ky_0+h^2+k^2-r^2=0$

- ចំពោះ $IP>r$ នោះចំណុច P នៅក្រៅរង្វង់
- ចំពោះ $IP<r$ នោះចំណុច P នៅក្នុងរង្វង់

សម្រាយពីរករណីខាងលើដូចសម្រាយក្នុងករណីទីមួយ គ្រាន់តែផ្លាស់ប្តូរសញ្ញាវិសមភាព។ ∎